PRIMEIRAS ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE GRAFOS NO ENSINO MÉDIO

Lauro Chagas e Sá[1]

Cátia Aparecida Palmeira[2]

Resumo: Apresentamos uma atividade didática para o Ensino Médio que aborda o tema Teoria dos Grafos. A dinâmica realizada foi a de exibição de um vídeo informativo, seguida de resolução de problemas e apresentação das soluções dos problemas indicados. As questões propostas são baseadas em Santos, Mello e Murari (2007), Lopes (2010), Jurkiewicz e Figueredo, além de um problema que faz alusão ao Problema das Sete Pontes de Konisberg (1736) aplicado à cidade de Vitória, uma vez que a capital capixaba também é uma ilha que possui seis pontes. Aplicamos essa atividade em três aulas, numa turma de 26 alunos do turno matutino de uma Escola Estadual de Ensino Médio participante do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid/Ifes. Concluímos que os resultados foram satisfatórios e verificamos que a resolução de problemas pela utilização da Teoria dos Grafos constitui um recurso metodológico bem suceido ao ensino-aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Inclusão Curricular; Teoria dos Grafos; Atividade didática; Resolução de Problemas.

Agencia Financiadora: Capes

1. Introdução

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid – é um programa financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). No subprojeto Matemática/Vitória/Ensino Médio, o Pibid é desenvolvido em parceria com a Secretaria Estadual de Educação (SEDU) e tem como objetivos inserir os licenciandos no ambiente escolar e proporcionar momentos de observação, investigação, planejamento, ensino e aprendizagem em uma dinâmica de reflexão crítica sobre esse processo.

A escola onde foi realizada esta atividade situa-se em Vitória-ES e atende, durante o turno matutino, alunos de Ensino Médio e dos Cursos Técnico-subsequente ofertados à comunidade. O grupo que atua nessa unidade escolar, que recebe pelo primeiro ano o Pibid-Ifes, é formada pela professora supervisora, duas professoras colaboradoras e cinco bolsistas, dos quais três atuam no matutino e três no vespertino.

[1] Aluno do Curso de Licenciatura em Matemática (Ifes)/ Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (Pibid/Ifes/Capes).

[2] Licenciada Plena em Matemática (Ufes)/ Mestranda em Educação (PPGE/Ufes)/ Professora da Rede Pública Estadual (SEDU)/ Supervisora do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (Pibid/Ifes/Capes).

2. Apresentação da proposta

A Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu-ES) lançou em 2009 o Currículo Base da Escola Estadual, que é resultado do trabalho de 1,5 mil professores e profissionais da Educação. O Novo Currículo Escolar expõe algumas inovações, como a Introdução à Teoria dos Grafos (ESPÍRITO SANTO, 2009). Compartilhamos da ideia de Malta (2008), quando diz que "a Teoria dos Grafos apresenta aspectos pertinentes que merecem espaço no currículo da Escola Básica", mas, conforme apresentado no documento norteador, o que poderia ser considerado uma Introdução da Teoria dos Grafos?

Recorrendo à história, verificamos que o estudo sobre esse ramo da matemática surgiu com *O problema das Sete Pontes de Konisberg* (1736) e foi aperfeiçoado com o *Icosain Game* (1856), desenvolvidos por Leonard Euler e Willian Hamilton, respectivamente. Assim, apoiamo-nos nesse contexto histórico para considerar que pertencem a Introdução da Teoria dos Grafos aqueles conceitos que surgiram até o século XVIII.

Como visto anteriormente, a Teoria dos Grafos foi formulada a partir de um problema. Logo, acreditamos que a metodologia de Resolução de Problemas pode ser utilizada para a abordagem de Grafos no Ensino Médio. Reafirmando a escolha desse caminho, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) enfatizam que

> a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas (BRASIL, 2002, p. 112).

Nesse contexto, apresentamos uma dinâmica realizada em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, composta por 26 alunos. A atividade apresentada foi realizada em três aulas do turno matutino, entre os dias 04 e 05 de junho de 2012[3], e contou com a presença dos três bolsistas de iniciação a docência e da professora supervisora. Relataremos neste trabalho a dinâmica realizada apenas em duas aulas não geminadas do dia 04 de junho. Neste dia, a dinâmica adotada foi a de exibição de um vídeo informativo, resolução de problemas e apresentação das soluções – ou não[4] – dos problemas sugeridos.

---

[3] O uso da terceira aula não estava no planejamento da atividade. Devido a imprevistos técnicos, os alunos precisaram deslocar-se para o Laboratório de Química, onde puderam assistir ao filme proposto. Esse descolamento inesperado provocou uma redução do tempo disponível da primeira aula, atrasando a resolução dos problemas e adiando as apresentações para o dia seguinte.

[4] Alguns problemas não poderiam ser solucionados.

3. Desenvolvimento da atividade

Iniciamos as atividades com a exibição do vídeo *Um caminho para combater a dengue*[5], onde Lu, uma agente de endemias que visita casas para procurar focos de reprodução do mosquito da dengue, pede ajuda a sua amiga Verônica, engenheira de tráfego, para realizar todas as visitas necessárias percorrendo a menor distância possível. A amiga, então, apresenta qual seria o menor caminho por meio da linguagem adotada na Teoria dos Grafos.

Figura 1 – Alunos assistindo ao filme "Um caminho para combater a dengue".

Após a exibição do filme, procuramos sistematizar e fixar as ideias apresentadas no texto para que os alunos pudessem retornar para sala de aula e realizar as atividades propostas, modelando algumas situações por meio da Teoria dos Grafos.

Figura 2 – Bolsista sistematizando os conceitos apresentados no filme.

De volta à sala de aula, os alunos foram organizados em seis trios e dois quartetos, que receberam diferentes problemas que poderiam ser resolvido por meio da Teoria dos Grafos. São cinco problemas distintos, que foram retiradas de Santos, Mello e Murari (2007), Lopes (2010), Jurkiewicz (acesso em 26 de maio de 2012) e Figueredo (acesso em 26 de maio de 2012) que foram

[5] Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1060>. Acesso em: 02/06/2012.

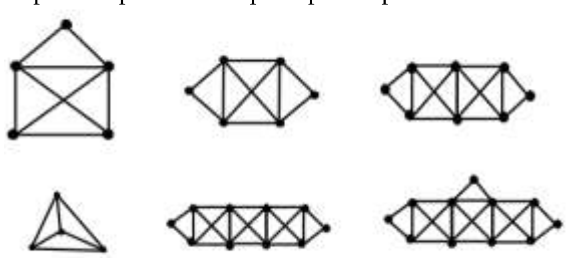
entregues sem que fosse dada nenhuma informação adicional. Para a distribuição desses problemas, foi levado em conta o nível de cada um, de forma que o mais simples fosse respondido por menos grupos e os mais elaborados fossem designados a mais grupos.

Figura 3 – Alunos realizando a leitura do problema proposto

Durante o tempo destinado a resolução, os alunos mostraram-se bastante interessados no assunto e provocados a resolver esses problemas. Observamos que alguns alunos procuravam outros colegas para verificar qual era proposto e comparar os níveis de dificuldade. Nesse momento, a participação dos bolsistas presentes foi fundamental, tendo em vista que alguns alunos solicitavam suas presenças não para ajudar e sim esperando receber algum caminho pronto. Além de não apresentarem uma solução pronta, os bolsistas faziam uso de heurísticas, como perguntas, para verificar o que o aluno havia compreendido e qual parte da resolução ainda estava em construção.

Os problemas propostos aos alunos serão apresentados a seguir na ordem em que foram apresentados para a sala, durante a correção. Procuramos estabelecer uma ordem lógica das questões a serem corrigidas para que proporcionassem alguns conceitos referentes à Teoria dos Grafos. Optamos por não apresentar as respostas dos problemas a fim de provocar você, leitor, a conhecer esse ramo da matemática e suas atividades de investigação.

Você seria capaz de desenhar as figuras abaixo sem tirar o lápis do papel?
Tem que ir de ponto a ponto e não pode passar pela mesma linha duas vezes.



É possível partir qualquer ponto? Como podemos identificar qual é o ponto inicial?

Quadro 1: Desenhando na ponta do lápis (JURKIEWICZ, acesso em 26 de maio de 2012)

O problema "Desenhando na ponta do lápis" é um dos mais instigantes dos utilizados neste trabalho. Ao ler a provocação "Você seria capaz de desenhar as figuras abaixo sem tirar o lápis do papel?", muitos alunos sequer terminam de ler o enunciado e já partem para as tentativas de esboço. Através do empirismo inicial, os alunos verificam quais desenhos podem ser feitos partindo de qualquer ponto, quais podem ser feitos desde que se inicie de um determinado ponto e quais não podem ser feitos em nenhuma hipótese.

Durante a correção desse problema, o grupo que ficou encarregado de solucionar a questão proposta contou com a ajuda da turma para elaborar uma teoria a respeito dos desenhos. Os alunos verificaram que a possibilidade de se desenhar aquela figura está relacionada ao número de arestas que partem de cada vértice. Ao discutirem sobre essa questão, os alunos faziam uso da expressão "número de arestas que partem", que é o significado de *grau* de um vértice. Este conceito foi apresentado à turma para que fosse formulada a "teoria do desenho", apresentada a seguir[6].

> Se um grafo tem todos os vértices com grau par, é possível desenhá-lo partindo de qualquer ponto (então, dizemos que esse grafo é Euleriano). Se o desenho apresenta dois vértices de grau ímpar, podemos desenhá-lo desde que iniciemos a reprodução por um desses vértices de grau ímpar (chamamos esse grafo de Semi-Euleriano). Se um grafo possui mais de dois vértices com grau ímpar, não é possível desenhá-lo.

Quadro 2: Teoria formulada pelos alunos.

A partir dessa Teoria formulada pelos alunos, partimos para a resolução do segundo problema – O problema do dominó incompleto. A correção desse problema teve inicio com a pergunta do bolsista "Quem nunca se perguntou se era possível jogar dominó mesmo com o jogo incompleto?", que foi prontamente respondida com muitos "eu" da turma. Esse problema ficou a cargo de dois grupos de alunos, que conseguiram responder o problema sem grandes dificuldades. Eles conseguiram rapidamente, concluir que os vértices representariam os números e as arestas seriam as peças do dominó.

Observe abaixo peças de um dominó incompleto. É possível estabelecer uma sequência de peças?

0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	5
2	3	5	6	1	3	4	5	6	2	3	5	4	5	6	5

Quadro 3: O problema do dominó incompleto (LOPES, 2010, p. 15)

Para resolução desse problema, uma aluna de um dos grupos foi a frente para apresentar seu raciocínio, que foi diferente do que se havia pensado em planejamento, mas que também responde a indagação feita.

[6] Essa conclusão que os alunos chegaram é exatamente a mesma Teoria que Euler formulou em 1756, durante o estudo sobre o problema das pontes de Konisberg.

Figura 4 – Aluna apresentado sua resolução para o problema proposto

Durante a construção do grafo, a aluna foi interrompida pelos membros do outro grupo, que verificou que as bombas[7] não foram representadas. Curiosamente, a aluna que resolvia o problema no quadro respondeu que elas foram representadas sim, por meio de um ponto mais forte (•) colocado próximo ao número. Realizando uma intervenção, o bolsista sugeriu que fosse feito um *nó*[8] nos devidos números. Após a construção do grafo que modela a situação, a turma concluiu que seria possível estabelecer uma sequência e que nas pontas da sequência ficariam os números 2 e 6.

> *Vitória é a capital do estado do Espírito Santo, e uma das três ilhas-capitais do Brasil (as outras são Florianópolis e São Luís). [...] Sendo uma ilha com uma geografia recortada, a cidade possui oito pontes, dentre as quais se destacam a Darcy Castelo de Medonça (mais conhecida como Terceira Ponte), a Desembargador Paes Barreto, a Florentino Avidos e a Ponte do Príncipe.*
>
> *Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Vit%C3%B3ria_(Esp%C3%ADrito_Santo).*

Os alunos do curso de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Espírito Santo estão realizando um trabalho sobre as pontes de Vitória. Para isso, elas precisam atravessar as seis pontes que dão acesso à parte insular da capital capixaba. Observe o mapa abaixo e verifique se é possível que o grupo de estudantes realize algum trajeto que contemple todas as pontes que serão estudadas de forma que não repita a travessia de alguma ponte. Considere que os alunos partem da Ufes.

Figura 5: Mapa da cidade de Vitória (Fonte: GoogleMaps)

Quadro 4: O problema das seis pontes de Vitória.

[7] Chamamos de bombas as peças do tipo (2,2), (3,3), (6,6)...

[8] Considera-se um nó a aresta que liga um vértice a ele mesmo.

O problema das pontes de Vitória foi o que mais provocou os alunos. Acreditamos que a forma com que foi proposto o problema e a proximidade com a realidade contribuiu para a grande aceitação e engajamento dos alunos frente a proposta apresentada.

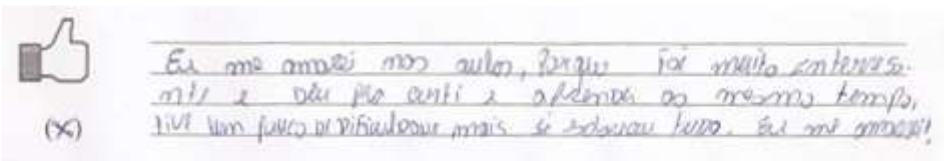
> Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca dasolução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido (BRASIL, 2002, p. 113).

Durante a correção, verificou-se que o único grupo responsável por esse problema havia encarando as pontes como vértices. Como o esboço de grafo apresentado não permitia uma análise que respondesse à pergunta, convidamos a classe para solucionar o problema proposto. A turma conseguiu identificar quais elementos seriam representados por vértices e quais seriam pelas arestas. Em discussão, concluímos que o problema proposto inicialmente não havia solução.

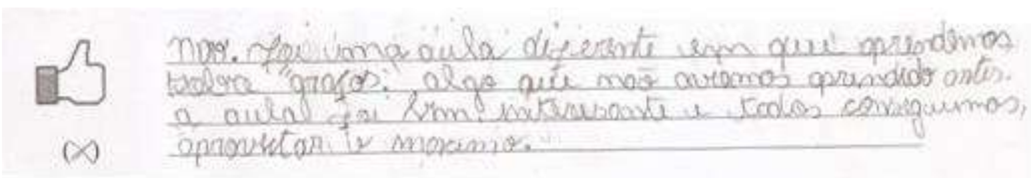
4. Avaliação da atividade

Para avaliar as atividades desenvolvidas no Pibid, criamos um formulário onde há o ícone referente ao botão "curtir" acompanhado da pergunta: "Você curtiu essa atividade? Você teve alguma dificuldade? Compartilhe conosco suas experiências".

Por problemas adversos, não pudemos aplicar o formulário no mesmo dia da atividade. Os alunos só puderam responder ao instrumento na semana seguinte da atividade. Naquele dia, havia quatorze alunos presentes, dentre os quais doze curtiram a atividade. Durante a aplicação desse instrumento, observamos o entusiasmo dos alunos frente ao formulário a ser preenchido. Dentre os compartilhamentos de experiência, podemos destacar:



Transcrição: *Eu me amarrei nas aulas, porque foi muito interessante e deu pra curtir e aprender ao mesmo tempo. Tive um pouco de dificuldade, mas se esclareceu tudo. Eu me amarrei!*



Transcrição: *Não. Foi uma aula diferente em que aprendemos sobre "grafos", algo que não havíamos aprendido antes. A aula foi bem interessante e todos conseguimos aproveitar o máximo.*

5. Algumas considerações

A experiência vivenciada neste trabalho nos leva a refletir que a proposta de se trabalhar a Teoria dos Grafos no Ensino Médio é válida. Verificamos que a resolução de problemas pode ser um caminho a ser seguido no ensino desse assunto uma vez que a linguagem matemática e as terminologias utilizadas não precisam ser apresentadas *a priori*.

Conceituar alguns elementos a partir de seu uso prático não se torna problema no ensino da Teoria dos Grafos. A exibição do vídeo instrucional na introdução da sequencia didática foi um acerto, já que por meio dele podemos conhecer o problema histórico que levou a formulação da Teoria estudada.

Acreditamos que independente da etapa, o assunto Teoria dos Grafos pode ser ensinado no Ensino Médio. Esperamos que esta experiência possa servir para que demais educadores matemáticos possam abordar a Teoria dos Grafos em suas aulas. Ressaltamos que a abordagem dessa Teoria não deve ser realizada em apenas uma aula, mas procuramos nesse primeiro contato corroborar a tese de Malta (2008) e verificar a aceitação de tal assunto pelos jovens do Ensino Médio.

6. Referências bibliográficas

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC-SEMTEC: Brasília, 2002.

ESPÍRITO SANTO (ESTADO). Secretaria da Educação. **Currículo Básico Escola Estadual** - Ensino médio: área de Ciências da Natureza. Vitória: SEDU, 2009.

FIGUEREDO, J. **Teoria dos Grafos**: Representação de Grafos. Disponível em: <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~abrantes/CursosAnteriores/TG051/Representacao.pdf>. Acesso em: 26 de maio de 2012.

JURKIEWICZ, S. Grafos: Uma introdução. **Programa de Iniciação Científica da OBMEP 2007.** N. 5. Parte integrante da coleção de 2007. Também disponível em <http://www.obmep.org.br/export/sites/default/arquivos/apostilas_pic2010/Apostila5-grafos.pdf>. Acesso em: 26 de maio de 2012.

LOPES, M. L. M. L. (coord.) **Grafos**: jogos e desafios. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

MALTA, G. H. S. **Grafos no ensino médio**: uma inserção possível. 2008. 158f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008.

SANTOS, J. P. O.; MELLO, M. P.; MURARI, I. T. C. **Introdução à Análise Combinatória**. 4 ed.Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.